

Dr hab. inż. Antoni Świć, prof. nadzw.

Instytut Technologicznych Systemów Informatycznych
Politechnika Lubelska
ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin
e-mail: a.swic@pollub.pl

Dr inż. Lech Mazurek

Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Chełmie
ul. Poczтовая 54, 22-100 Chełm
e-mail: lmazurek@pwsz.chelm.pl

Modelowanie niezawodności i wydajności synchronicznej elastycznej linii produkcyjnej

Słowa kluczowe: *model, niezawodność, wydajność, synchroniczna elastyczna linia produkcyjna, maszyna technologiczna rezerwowa*

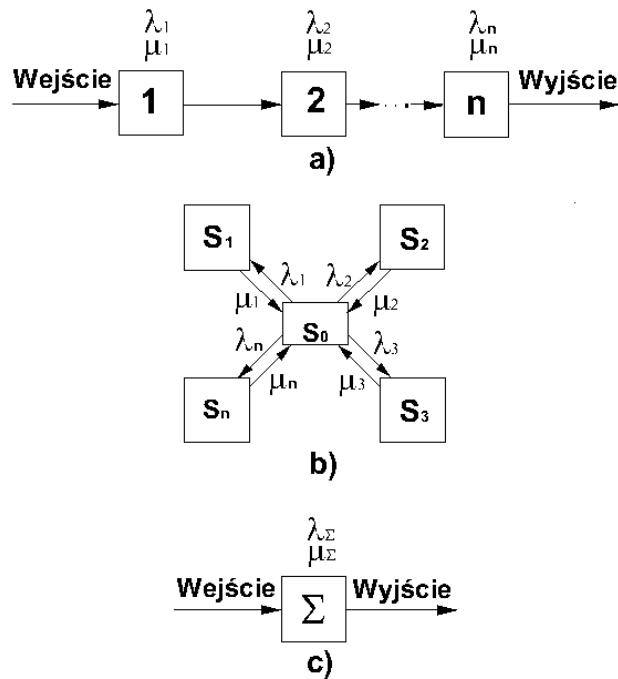
Streszczenie. Przedstawiono model matematyczny funkcjonowania synchronicznej elastycznej linii produkcyjnej (SELP) z obrabiarek wielozadaniowych CNC, w skład której wchodzi maszyna technologiczna rezerwowa. Maszyna technologiczna rezerwowa może przejmować funkcje każdej z obrabiarek SELP. Przedstawiono graf stanu SELP, zależności, równania do obliczania niezawodności i wydajności SELP. Opracowano program obliczeń niezawodności i wydajności (Maple) oraz zaprezentowano wyniki modelowania i optymalizacji ilości obrabiarek.

1. Wprowadzenie

Obrabiarki wielozadaniowe CNC są głównie przeznaczone do obróbki części klasy korpus. W tego typu elementach jest wiele otworów o różnych średnicach: głównych o dokładności (od 5 do 11 klasy), na których są bazowane łączone z korpusem części oraz do połączeń mocujących (do przyłączania części za pomocą śrub i kołków, ułatwiających obróbkę oraz montaż). Wymiary średnic otworów głównych wahają się w szerokim zakresie (od 16 do 50 mm) i zależą przede wszystkim od rodzaju części [1, 2, 5, 7]. Specyfika obróbki i klasyfikacja otworów w przypadku systemu zautomatyzowanego projektowania procesów technologicznych przedstawiona została w pracy [8]. Warunki rynkowe wymagają od nowoczesnej produkcji szybkiego uruchomienia oraz zmiany asortymentu produkowanych wyrobów. Przy tym obrabiarki CNC i elastyczne systemy produkcyjne, w skład których one wchodzi, łącząc wysoką elastyczność wyposażenia uniwersalnego i wysoką wydajność obrabiarek – automatów, są najbardziej efektywne w przypadku produkcji wieloasortymentowych [1, 2, 3, 10, 11].

2. Metodologia modelowania niezawodności i wydajności ESP

Każdą obrabiarkę wielozadaniową CNC można rozpatrywać jako system złożony. Jeżeli system zawiera „n” elementów połączonych szeregowo, uszkodzenie każdego z nich prowadzi do niesprawności całego systemu. Obrabiarkę wielozadaniową CNC można przedstawić przy pomocy grafu – rys. 1.



Rys. 1. Graf stanów obrabiarki wielozadaniowej CNC:
 a) elementy systemu od 1 do n; b) stany elementów; c) obrabiarka jako suma wszystkich elementów

Stany na grafie:

- S_0 – wszystkie n elementów systemu są sprawne,
- S_1 – pierwszy element uległ uszkodzeniu i system jest niesprawny,
- S_2 – drugi element uległ uszkodzeniu i system jest niesprawny,
-
- S_n – n-ty element uległ uszkodzeniu i system jest niesprawny.

Oznaczenia na grafie:

$\lambda_i, (i = 1, \bar{n})$ – intensywność strumienia uszkodzeń elementów 1-n,

$\mu_i, (i = 1, \bar{n})$ – intensywność strumienia przywracania zdolności do pracy elementów 1-n.

Ponieważ po uszkodzeniu dowolnego z elementów, w czasie przywracania jego zdolności do pracy, pozostałe przestają funkcjonować, zakłada się, że jednocześnie uszkodzeniu może ulec tylko jeden element. Wszystkie strumienie uszkodzeń i przywracania zdolności do pracy są traktowane jako proste.

System równań do określenia ostatecznych prawdopodobieństw ma postać:

$$\begin{aligned}
 P_0 \sum_{i=1}^n \lambda_i &= \sum_{i=1}^n P_i \mu_i; \\
 P_1 \mu_1 &= P_0 \lambda_1; \\
 P_2 \mu_2 &= P_0 \lambda_2; \\
 &\dots\dots \\
 P_i \mu_i &= P_0 \lambda_i; \\
 &\dots\dots \\
 P_n \mu_n &= P_0 \lambda_n.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Warunek normowania można zapisać jako:

$$\sum_{j=0}^n P_j = 1.
 \tag{2}$$

Po zamianie pierwszego równania układu (1) na warunek normowania (2) i jego rozwiązaniu, każde z prawdopodobieństw $P_i, (i=1, \overline{n})$ jest określone przez P_0 :

$$P_i = P_0 \frac{\lambda_i}{\mu_i}. \quad (3)$$

Zbiór numerów i oznaczono jako I , tj. $i \in I$. Wprowadzono numer j , należący do tego zbioru: $j \in I$. Z uwzględnieniem nowych oznaczeń, po podstawieniu (3) do warunku normowania (2), otrzymano:

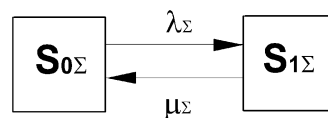
$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\mu_j}} \quad (4)$$

Po podstawieniu (4) do (3) ostatecznie uzyskano:

$$P_i = \frac{\lambda_i}{(1 + \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{\mu_j}) \mu_i} = \frac{\rho_i}{1 + \sum_{j=1}^n \rho_j}, \quad (5)$$

gdzie: $\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}, \rho_j = \frac{\lambda_j}{\mu_j}$.

System wyjściowy (rys. 1) zastąpiono prostym elementem, który może znajdować się w dwóch stanach: roboczym (stan pracy) i nieroboczym (stan uszkodzenia tj. niesprawności). Graf takiego elementu lub nowego systemu przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Graf elementu systemu

Określono λ_Σ :

$$\lambda_\Sigma = \sum_{i=1}^n \lambda_i. \quad (6)$$

Wartość μ_Σ jest określana z zależności:

$$\mu_\Sigma = \frac{P_0}{1 - P_0} \lambda_\Sigma. \quad (7)$$

Po podstawieniu (4) do (7) ostatecznie otrzymano:

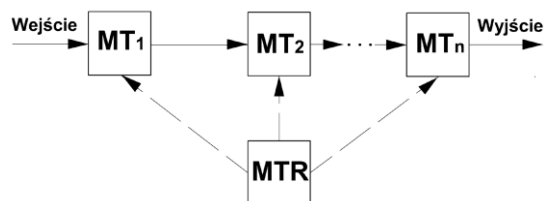
$$\mu_\Sigma = \frac{\lambda_\Sigma}{\sum_{j=1}^n \rho_j}. \quad (8)$$

Uzyskane zależności umożliwiają określenie sumarycznej intensywności strumieni uszkodzeń oraz sumarycznej intensywności strumieni przywracania zdolności do pracy w przypadku systemu przedstawionego na rys. 2, a więc modelowanie efektywności jego pracy.

3. Model matematyczny synchronicznej elastycznej linii produkcyjnej z maszyną technologiczną rezerwową

Rozpatrzono strukturę synchronicznej elastycznej linii produkcyjnej (SELP), złożonej z obrabiarek wielozadaniowych CNC, w której jest maszyna technologiczna rezerwowa (MTR), mogąca zastępować dowolną obrabiarkę wielozadaniową (MT) linii [4, 6]. Struktura takiego systemu (SELP) jest przedstawiona na rys. 3. Maszyna technologiczna rezerwowa

(MTR) może zastępować tylko jedną uszkodzoną obrabiarkę (MT). W takiej sytuacji, przy awarii dwóch obrabiarek (MT), cały system (SELP) przestaje pracować.



Rys. 3. Struktura SELP

Graf stanów SELP, zawierający MTR, jest przedstawiony na rys. 4. Stany na grafie: S_0 – wszystkie obrabiarki wielozadaniowe (MT) są sprawne; S_1 – pierwsza MT_1 jest niesprawna; S_2 – druga MT_2 jest niesprawna; ...; S_n – n -ta MT_n jest niesprawna; $S_{1,1}$ – przy niesprawności MT_1 uległa awarii druga MT_2 ; $S_{1,2}$ – przy niesprawności MT_1 uległa awarii trzecia MT_3 ; ...; $S_{1,n-1}$ – przy niesprawności MT_1 uległa awarii $(n-1)$ -ta MT_n ; $S_{2,1}$ – przy niesprawności MT_2 uległa awarii pierwsza MT_1 ; $S_{2,2}$ – przy niesprawności MT_2 uległa awarii trzecia MT_3 ; ...; $S_{2,n-1}$ – przy niesprawności MT_2 uległa awarii $(n-1)$ -ta MT_n ; $S_{3,1}$ – przy niesprawności MT_3 uległa awarii pierwsza MT_1 ; $S_{3,2}$ – przy niesprawności MT_3 uległa awarii druga MT_2 ; $S_{3,3}$ – (na grafie nie pokazano) przy niesprawnej MT_3 uległa awarii MT_4 ; ...; $S_{3,n-1}$ – przy niesprawnej MT_3 uległa awarii $(n-1)$ -ta MT_n ; $S_{i,1}$ – przy niesprawnej MT_i uległa awarii pierwsza MT_1 ; $S_{i,2}$ – przy niesprawnej MT_i uległa awarii druga MT_2 ; ...; $S_{i,n-1}$ – przy niesprawnej MT_i uległa awarii $(n-1)$ -ta MT_n ; $S_{n,1}$ – przy niesprawnej MT_n uległa awarii pierwsza MT_1 ; $S_{n,2}$ – przy niesprawnej MT_n uległa awarii druga MT_2 ; ...; $S_{n,n-1}$ – przy niesprawnej MT_n uległa awarii $(n-1)$ -ta MT_n .

Stany $S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, \dots, S_n$ – wszystkie MT są zdolne do pracy lub MTR jest zdolna do pracy, a jedna z pozostałych MT jest uszkodzona. Oznaczenia na grafie: $\lambda_i (i=1, \bar{n})$; $\mu_i (i=1, \bar{n})$ – intensywności strumieni awarii i przywrócenia zdolności do pracy maszyn technologicznych $MT_i (i=1, \bar{n})$ odpowiednio.

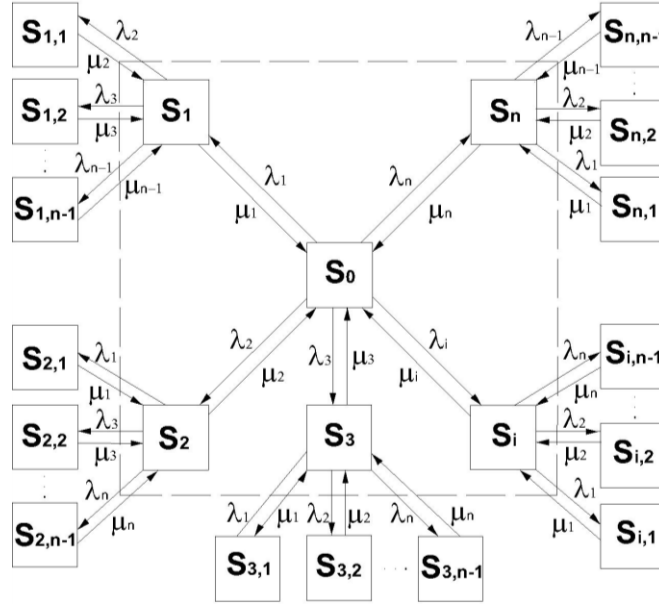
Jak wynika z grafu, liczba stanów jest znaczna (na przykład przy $n=10$ liczba stanów jest równa $N=n^2+1=101$), co utrudnia budowę modelu i jego analizę. Dlatego zaproponowano podejście oparte na powiększeniu stanów.

W zbiorze E (o mocy N) wyodrębniono następujące podzbiory:

$$E_1 = \{S_1, S_{1,1}, S_{1,2}, \dots, S_{1,n-1}\}; E_2 = \{S_2, S_{2,1}, S_{2,2}, \dots, S_{2,n-1}\}; E_3 = \{S_3, S_{3,1}, S_{3,2}, \dots, S_{3,n-1}\}; \\ \dots; E_i = \{S_i, S_{i,1}, S_{i,2}, \dots, S_{i,n-1}\}; \dots; E_n = \{S_n, S_{n,1}, S_{n,2}, \dots, S_{n,n-1}\}.$$

Określono prawdopodobieństwo znajdowania się systemu w tych podzbiórach. W tym celu rozpatrzono graf stanów ekwiwalentnego powiększonego systemu przedstawionego na rys. 5.

Stany na grafie (rys. 5) określono jako: S_0 – wszystkie obrabiarki wielozadaniowe CNC (MT) są sprawne; $S_{1\Sigma}$ – system znajduje się w jednym ze stanów podzbioru E_1 ; $S_{2\Sigma}$ – system znajduje się w jednym ze stanów podzbioru E_2 ; ...; $S_{n\Sigma}$ – system znajduje się w jednym ze stanów podzbioru E_n .



Rys. 4. Graf stanów SELP, zawierającej jedną MTR

Oznaczenia na grafie: $\lambda_i, (i = 1, \bar{n})$ – intensywności strumieni niesprawności $MT_i, (i = 1, \bar{n})$; $\mu_{i0}, (i = 1, \bar{n})$ – intensywności strumieni przywrócenia zdolności do pracy systemu z podzbiorów $E_i, (i = 1, \bar{n})$.

Zadanie polega na określeniu $\mu_{i0}, (i = 1, \bar{n})$. W przypadku, kiedy są znane wszystkie prawdopodobieństwa stanów grafu przedstawionego na rys. 4, to $\mu_{i0}, (i = 1, \bar{n})$ można określić z zależności:

$$\mu_{i0} = \frac{P_i}{P_i + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} P_{ij}} \mu_i, \quad (9)$$

gdzie: P_{ij} – prawdopodobieństwa stanów $S_{ij} \in E_i$, współczynnik przed μ_i , równy

$$\frac{P_i}{P_i + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} P_{ij}},$$

to umowne prawdopodobieństwo tego, że znajdując się

w podzbiore stanów E_i , system znajduje się w stanie S_i .

Przez $S_k, (k = 1, \bar{N})$ oznaczono składowe zbioru E (to znaczy $S_k \in E$). Dzieląc licznik i mianownik przez prawdopodobieństwo znajdowania się systemu w podzbiore

$$E_i P_{iz} = P\{S_k \in E_i\} = P_i + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} P_{ij}, \text{ otrzymano:}$$

$$\mu_{i0} = \frac{P_i}{P_{i\Sigma}} \mu_i = P_{iy} \mu_i, \quad (10)$$

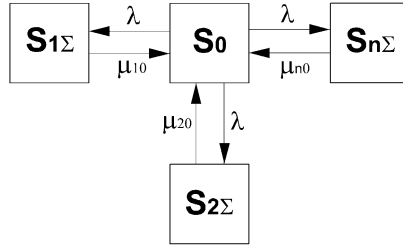
gdzie P_{iy} – umowne prawdopodobieństwo znajdowania się systemu w stanie S_i .

Określono umowne prawdopodobieństwa elementów podzbiorów E_i :

$$P_{iy} = P\{S_k = S_i / S_k \in E_i\}, P_{ijy} = P\{S_k = S_i / S_k \in E_j\}. \text{ Są one równe:}$$

$$P_{iy} = \frac{P_i}{P_{i\Sigma}}, \quad (11)$$

$$P_{ijy} = \frac{P_{ij}}{P_{i\Sigma}} = \frac{P_{ij}}{P_i + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} P_{ij}} \quad (12)$$



Rys. 5. Graf stanów ekwiwalentnego powiększonego systemu

Do określenia prawdopodobieństw P_{iy} i P_{ijy} , ($i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, n-1}$) należy rozpatrzyć podzbiory E_i , ($i = \overline{1, n}$) jako podzbiory samodzielne. W celu ułatwienia zbiorów numerów j oznaczono jako J , to jest $j \in J$. Wprowadzono numery m , należące także do tego podzbioru: $m \in J$. Z uwzględnieniem nowych numerów zależności do określenia P_{iy} i P_{ijy} mają postać:

$$P_{iy} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \rho_j} \quad (13)$$

$$P_{ijy} = \frac{\rho_j}{1 + \sum_{m=1(m \neq i)}^{n-1} \rho_m} \quad (14)$$

gdzie: $\rho_j = \frac{\lambda_j}{\mu_j}$, $\rho_m = \frac{\lambda_m}{\mu_m}$ – sprowadzone intensywności strumieni.

Podstawiając (13) do (10) otrzymano:

$$\mu_{i0} = \left(1 + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \rho_j\right)^{-1} \mu_i \quad (15)$$

Wszystkie intensywności na grafie (rys. 5) są znane, a prawdopodobieństwa stanów $P_0, P_{1\Sigma}, \dots, P_{i\Sigma}, \dots, P_{n\Sigma}$ są określane według znanych zależności [9]:

$$P_0 = \left[1 + \sum_{i=1}^n \rho_i \left(1 + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \rho_j\right)\right]^{-1} \quad (16)$$

$$P_{i\Sigma} = \left[1 + \sum_{i=1}^n \rho_i \left(1 + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \rho_j\right)\right]^{-1} \rho_i \left(1 + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \rho_j\right) \quad (17)$$

Po obliczeniu, według zależności (16) i (17), prawdopodobieństw stanów grafu na rys. 5, można określić prawdopodobieństwa stanów S_i ($i = \overline{1, n}$) i S_{ij} ($i = \overline{1, n}$; $j = \overline{1, n-1}$) grafu, przedstawionego na rys. 3. Zgodnie z (11), (12), (13) i (14) można zapisać:

$$P_i = P_{iy} P_{i\Sigma} = \left(1 + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \rho_j\right)^{-1} P_{i\Sigma} \quad (18)$$

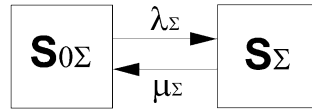
$$P_{ij} = P_{ijy} P_{i\Sigma} = \frac{\rho_j}{1 + \sum_{m=1(m \neq i)}^{n-1} \rho_m} P_{i\Sigma} \quad (19)$$

Po podstawieniu (17) do (18) i (19) otrzymano:

$$P_i = \left[1 + \sum_{i=1}^n \rho_i \left(1 + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \rho_j \right) \right]^{-1} \rho_i, \quad (20)$$

$$P_{ij} = \left[1 + \sum_{i=1}^n \rho_i \left(1 + \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \rho_j \right) \right]^{-1} \rho_i \rho_j \quad (21)$$

Strukturę początkową elastycznej linii synchronicznej, złożonej z obrabiarek wielozadaniowych CNC, zawierającą maszynę technologiczną rezerwową, można zastąpić przez jeden element ekwiwalentny, w przypadku którego są znane intensywności strumieni uszkodzeń λ_Σ i przywrócenia zdolności do pracy μ_Σ – element mający dwa stany: awaryjny i roboczy. Graf stanów takiego elementu jest przedstawiony na rys.6.



Rys. 6. Graf stanów SELP, sprowadzony do najprostszego elementu

Stany na grafie (rys.6): $S_{0\Sigma}$ – zdolne do pracy; S_Σ – uszkodzone (niezdolne do pracy). Wprowadzono dwa nowe podzbiory stanów do grafu na rys. 4: U – zdolne do pracy, obwiedzione linią przerywaną, i V – niezdolne do pracy:

$$U = \{S_0, S_1, \dots, S_i, \dots, S_n\},$$

$$V = \{S_{1,1}, \dots, S_{1,j}, \dots, S_{1,n-1}, \dots, S_{i,1}, \dots, S_{ij}, \dots, S_{i,n-1}, \dots, S_{n,1}, \dots, S_{n,j}, \dots, S_{n,n-1}\}.$$

Podzbiór U odpowiada stanowi $S_{0\Sigma}$, a podzbiór V – stanowi S_Σ (rys. 6).

Prawdopodobieństwo znajdowania się systemu w stanach $S_{0\Sigma}$ i S_Σ jest równe:

$$P_{0\Sigma} = P_0 + \sum_{i=1}^n P_i, \quad (22)$$

$$P_\Sigma = 1 - P_{0\Sigma} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} P_{ij}. \quad (23)$$

Intensywności λ_Σ i μ_Σ , w przypadku grafu przedstawionego na rys. 6, są równe:

$$\lambda_\Sigma = \sum_{i=1}^n \left(\frac{P_i}{P_{0\Sigma}} \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \lambda_j \right) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{P_i}{P_0 + \sum_{i=1}^n P_i} \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \lambda_j \right), \quad (24)$$

$$\mu_\Sigma = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \frac{P_{ij}}{P_\Sigma} \mu_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} \frac{P_{ij}}{\sum_{j=1}^n \sum_{j=1(j \neq i)}^{n-1} P_{ij}} \mu_j. \quad (25)$$

Opracowany model określania niezawodności i wydajności synchronicznej elastycznej linii produkcyjnej umożliwia zastąpienie dowolnej maszyny technologiczną tej linii maszyną technologiczną rezerwową.

4. Program obliczania wydajności synchronicznej elastycznej linii produkcyjnej

Program do określania parametrów funkcjonowania SELP wykonano w środowisku matematycznym obliczeń analitycznych Maple. Środowisko to jest mocnym narzędziem komputerowym, umożliwiającym rozwiązywanie złożonych zagadnień matematycznych. Zawiera środki powiązane z wieloma dziedzinami matematyki (algebra, matematyka

dyskretna, rachunek różniczkowy i całkowy, metody cyfrowe i inne), a także środki reprezentacji graficznej, powiązania z modułami zewnętrznymi i środki programowania.

Elementami składowymi programu są:

- schemat blokowy danych wejściowych,
- blok obliczania parametrów funkcjonowania linii synchronicznej z miejscem rezerwowym lub bez niego,
- blok kształtowania wyników eksperymentu i wyprowadzania tych wyników.

Dane wejściowe do przeprowadzenia badań to:

- maksymalna ilość komórek w linii N ,
- intensywność strumienia uszkodzeń λ_i i przywracania zdolności do pracy μ_i każdej jednostki ($i = \overline{1, N}$),
- średni czas obsługi jednostki produkcyjnej każdej komórki t_i ($i = \overline{1, N}$),
- krok obliczeń Δn (liczba całkowita równa różnicy wartości bieżącej ilości komórek w linii n dwóch sąsiednich cykli).

Blok obliczeń zawiera następujące operacje:

- Określanie sprowadzonych intensywności strumieni $\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}$, $i = \overline{1, N}$;
- Określenie intensywności μ_{i0} według zależności (15);
- Obliczanie prawdopodobieństwa P_0 według zależności (16);
- Obliczanie prawdopodobieństwa $P_{i\Sigma}$, P_i , P_{ij} odpowiednio według zależności (17), (18), (21);
- Określenie współczynnika gotowości linii $K_g = P_{0\Sigma}$ według zależności (22);

- Określenie wydajności linii: $Q = \frac{K_g}{t_{\max}}$,

gdzie t_{\max} – maksymalny czas spośród średnich czasów obsługi jednostki produkcyjnej każdej komórki t_i ($i = \overline{1, N}$);

- Określanie parametrów funkcjonowania linii synchronicznej nie zawierającej miejsca rezerwowego:

- współczynnika gotowości linii $K'_g = \frac{1}{1 + \Sigma \rho_i}$,

- wydajności linii $Q' = \frac{1}{t_{\max}} K'_g$;

- Określenie wartości bieżących:

- przyrostu współczynnika gotowości linii:

- jako wartości bezwzględnej $\Delta K_g = K_g - K'_g$,

- w procentach $\delta K_g = \frac{\Delta K_g}{K_{g \max}, K'_{g \max}} 100\%$;

- przyrostu wydajności linii:

- jako wartości bezwzględnej $\Delta Q = Q - Q'$,

- w procentach $\delta Q = \frac{\Delta Q}{Q_{\max}, Q'_{\max}} 100\%$.

Obliczenia te są wykonywane cyklicznie do spełnienia warunku $n = N$. Zatem w programie są opracowywane wyniki eksperymentu (przyrost wydajności) oraz wyprowadzone na ekran w postaci macierzy i graficznej.

5. Wyniki obliczeń parametrów niezawodności i wydajności synchronicznej elastycznej linii produkcyjnej

Przedstawione w rozdziale 4 środowisko obliczeń matematycznych Maple zastosowano do wyznaczenia przyrostu wydajności elastycznej linii produkcyjnej. Obliczenia wykonano przyjmując różne parametry wejściowe linii produkcyjnej, złożonej z 10 obrabiarek.

Opracowano algorytm przebiegu obliczeń parametrów funkcjonowania synchronicznej elastycznej linii produkcyjnej, złożonej z obrabiarek wielozadaniowych CNC. We wszystkich rozpatrywanych przypadkach przyjęto następujące parametry wejściowe linii produkcyjnej:

- intensywność strumienia uszkodzeń λ ,
- intensywność strumieni przywracania zdolności do pracy μ ,
- średni czas obsługi jednostki produkcyjnej t .

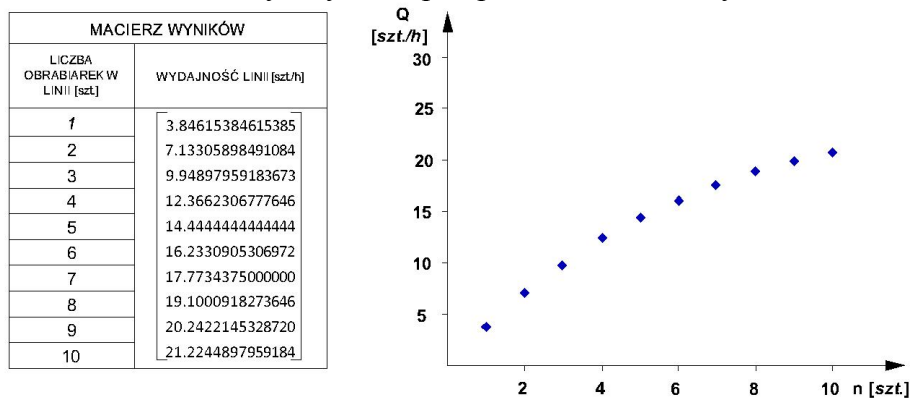
Obliczanie przyrostu wydajności linii przeprowadzono dla maksymalnej liczby MT równej 10:

I przypadek

Obliczenia przeprowadzono przy jednakowych parametrach niezawodności i obsługi wszystkich MT równych:

$$\lambda = 0,2 \text{ [h}^{-1}\text{]}, \mu = 5 \text{ [h}^{-1}\text{]}, t = 0,1 \text{ [h]}.$$

Wyniki obliczeń przyrostu wydajności w postaci macierzy i wykresu, wykonanych w środowisku obliczeń matematycznych Maple, przedstawiono na rys. 7.



Rys. 7. Zależność wydajności linii od ilości obrabiarek

Przyrost wydajności ΔQ jest prawie równomierny w całym zakresie ilości obrabiarek od 1 do 10 szt. w linii produkcyjnej.

II przypadek

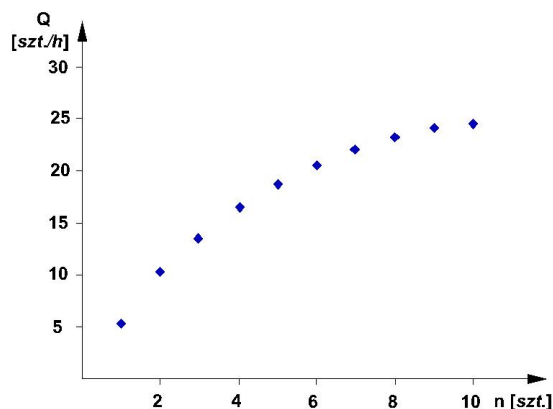
Parametry niezawodności i obsługi wszystkich MT są jednakowe i mają następujące wartości:

$$\lambda = 0,25 \text{ [h}^{-1}\text{]}, \mu = 4 \text{ [h}^{-1}\text{]}, t = 0,1 \text{ [h]}.$$

Wyniki obliczeń w postaci macierzy i wykresu, wykonanych w środowisku obliczeń matematycznych Maple, przedstawiono na rys. 8.

Duży i równomierny przyrost wydajności ΔQ występuje przy zwiększaniu liczby obrabiarek w linii produkcyjnej w zakresie od 1 do 8 szt., natomiast maleje przy dalszym zwiększaniu ich ilości w linii.

MACIERZ WYNIKÓW	
LICZBA OBRABIAREK W LINII [szt.]	WYDAJNOŚĆ LINII [szt./h]
1	5.88235294117647
2	10.4938271604938
3	14.1274238227147
4	17.0000000000000
5	19.2743764172336
6	21.0743801652893
7	22.4952741020794
8	23.6111111111111
9	24.4800000000000
10	25.1479289940828



Rys. 8. Zależność wydajności linii od ilości obrabiarek

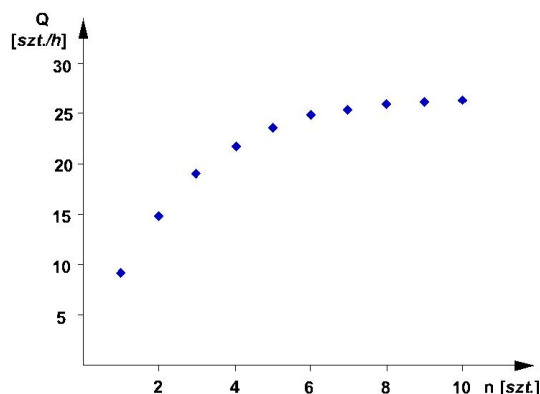
III przypadek

Przyjęto również jednakowe parametry niezawodności i obsługi wszystkich MT:

$$\lambda = 0,3 [h^{-1}], \mu = 3 [h^{-1}], t = 0,1 [h].$$

Wyniki obliczeń w postaci macierzy i wykresu, wykonanych w środowisku obliczeń matematycznych Maple, przedstawiono na rys. 9.

MACIERZ WYNIKÓW	
LICZBA OBRABIAREK W LINII [szt.]	WYDAJNOŚĆ LINII [szt./h]
1	9.09090909090909
2	15.2777777777778
3	19.5266272189349
4	22.4489795918367
5	24.4444444444444
6	25.7812500000000
7	26.6435986159170
8	27.1604938271605
9	27.4238227146814
10	27.5000000000000



Rys. 9. Zależność wydajności linii od ilości obrabiarek

Duży i równomierny przyrost wydajności ΔQ występuje przy zwiększaniu ilości obrabiarek w linii produkcyjnej w zakresie od 1 do 5 szt., natomiast maleje zdecydowanie przy dalszym zwiększaniu ich ilości w linii.

6. Ustalenie optymalnej liczby maszyn w synchronicznej elastycznej linii produkcyjnej, zawierającej rezerwową maszynę technologiczną

Rozpatrzono proces funkcjonowania synchronicznej elastycznej linii produkcyjnej, składającej się z szeregowo połączonych maszyn technologicznych i zawierającej jedną rezerwową maszynę technologiczną (rys.3).

Linia składa się z n maszyn technologicznych jednego typu (MT_1, \dots, MT_n) i jednej rezerwowej maszyny technologicznej MTR, zdolnej zastąpić każdą uszkodzoną MT.

Model funkcjonowania takiej SELP przedstawiono w pracy [4], przy czym całą strukturę linii zmieniono, według parametrów niezawodności, na najprostszы ekwiwalentny element, mający dwa stany (roboczy i awaryjny) z określeniem następujących wskaźników jego funkcjonowania:

- 1) intensywności strumienia uszkodzeń i przywracania do pracy;
- 2) oczekiwanej wartości czasu obsługi jednostki produkcyjnej;

- 3) współczynnika gotowości;
- 4) wydajności, z uwzględnieniem parametrów niezawodności.

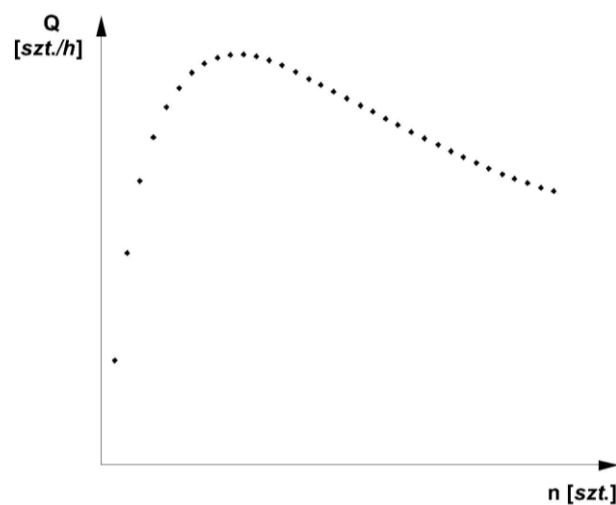
Przy tworzeniu modelu przyjęto, że wszystkie strumienie, przeprowadzające dany system z jednego stanu w inny są proste, a czasy obsługi są rozłożone wykładniczo. Natomiast wielkości intensywności strumienia uszkodzeń λ_i i przywracania do pracy μ_i , a także czasów obsługi t_i każdej i -ej MT są różne.

Model ten różni się od przedstawionego w [6] tym, że tam wielkości te były jednakowe.

Celem zbudowania modelu było określenie przyrostu wydajności, który jest różnicą między wydajnością SELP z MTR i wydajnością SELP bez niej:

$$\Delta Q = Q - Q'$$

Analiza wyników otrzymanych po zastosowaniu modelu pokazała, że przy zwiększeniu ilości obrabiarek w linii, wykres przyrostu wydajności ma kształt pokazany na rys. 10.



Rys. 10. Teoretyczny wykres zależności wydajności od ilości MT w linii

Początkowo wykres przebiega stromo w górę aż do miejsca odpowiadającego maksimum, a dalej zaczyna płynnie opadać wraz ze zwiększającą się ilością MT w linii, przy tym opadanie może przebiegać praktycznie do zera. Wynika to z faktu, że przy znacznym zwiększeniu ilości maszyn technologicznych w SELP, jedna rezerwowa maszyna technologiczna nie zdąży w porę zastąpić określonej liczby uszkodzonych MT, a więc wydajność SELP z MTR praktycznie jest równa wydajności tej linii bez niej.

Jest to optymalizacja zadania, polegająca na tym, że jest konieczne określenie ilości MT w SELP z MTR, pozwalającej osiągnąć maksimum przyrostu wydajności takiej linii. Zadanie to jest zadaniem programowania całkowitoliczbowego bez ograniczeń, lecz z uwzględnieniem tego, że ilość maszyn technologicznych w linii jest wielkością parzystą.

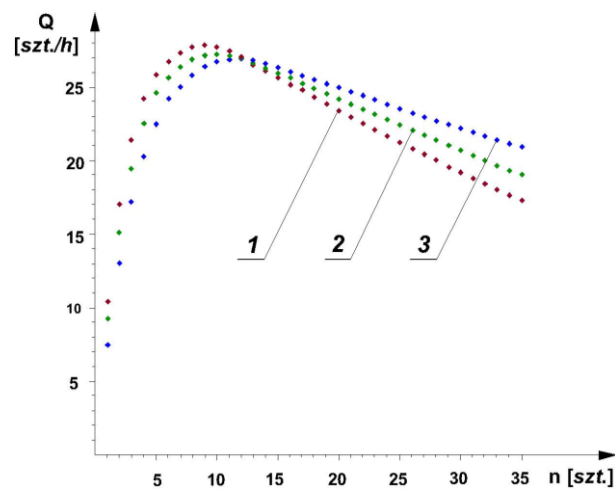
Do jego rozwiązania nie są konieczne specjalnie opracowane algorytmy, a można zastosować metodę otwartego wyboru, polegającą na cyklicznym przebiegu powtarzalnej procedury, która w każdym kroku j modelu matematycznego, zbudowanego w [6], w przypadku aktualnej ilości maszyn technologicznych MT_j , określa współczynniki gotowości SELP z MTR i bez niej, a także jej wydajności (Q_j i Q'_j odpowiednio). Określany jest przyrost wydajności Q_j . Jeśli $\Delta Q_j > \Delta Q_{j-1}$, to aktualną ilość maszyn technologicznych n_j w linii przyjmuje się jako punkt optimum n_{opt} . W przeciwnym razie cykl można przerwać.

Tę własność funkcji unimodalnej (ma jedno ekstremum, które jest ekstremum globalnym), potwierdzają wyniki badań przy różnych wartościach parametrów. W danej procedurze wielkość j będzie zmieniać się od 1 do znalezionej wartości $n_{i\bar{0}}$, przy tym na początku cyklu $n_{i\bar{0}} = 1$.

Program do określania optymalnej ilości maszyn technologicznych zrealizowano w środowisku Maple 9.

W celu uproszczenia przyjęto jednakowe wielkości intensywności strumieni uszkodzeń i przywracania zdolności do pracy oraz średnie czasy obsługi każdej obrabiarki. Przeprowadzono badania, związane z określeniem wpływu parametrów niezawodności każdej obrabiarki na optymalną ich ilość w linii przy stałych czasach obsługi [7].

1. Parametry niezawodności analizowano w zależności od wartości intensywności strumienia uszkodzeń każdej obrabiarki $\lambda_i = 0,25; 0,30$ i $0,35 \text{ h}^{-1}$, przy stałych $\mu_i = 3 \text{ h}^{-1}$ i $t_i = 0,05 \text{ h}$ (rys. 11).



Rys. 11. Wykres zależności wydajności od ilości MT przy wartościach parametrów:
 1) $\lambda_i = 0,35 \text{ h}^{-1}$, $\mu_i = 3 \text{ h}^{-1}$, $t_i = 0,05 \text{ h}$, 2) $\lambda_i = 0,30 \text{ h}^{-1}$, $\mu_i = 3 \text{ h}^{-1}$, $t_i = 0,05 \text{ h}$,
 3) $\lambda_i = 0,25 \text{ h}^{-1}$, $\mu_i = 3 \text{ h}^{-1}$, $t_i = 0,05 \text{ h}$

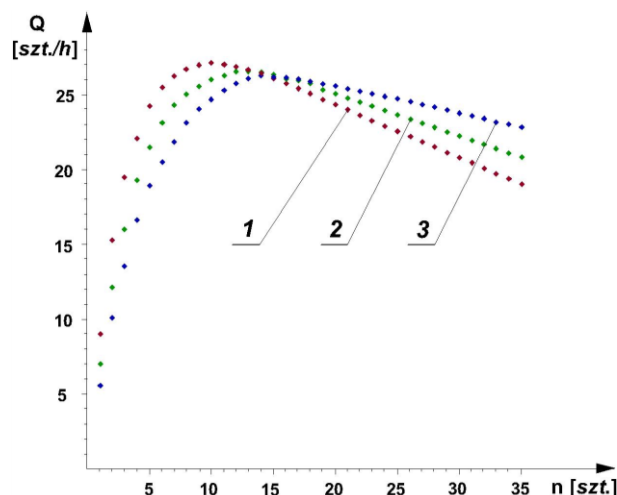
Maksymalne wydajności i racjonalne ilości obrabiarek odpowiednio wyniosły:

- w pierwszym przypadku: $Q_{max} = 27,90 \text{ szt/h}$, $n_{racj} = 9 \text{ szt}$,
- w drugim przypadku: $Q_{max} = 27,50 \text{ szt/h}$, $n_{racj} = 10 \text{ szt}$,
- w trzecim przypadku: $Q_{max} = 27,10 \text{ szt/h}$, $n_{racj} = 12 \text{ szt}$.

2. Parametry niezawodności analizowano w zależności od wartości intensywności strumienia przywracania do pracy każdej obrabiarki $\mu_i = 3; 4$ i 5 h^{-1} , przy stałych $\lambda_i = 3 \text{ h}^{-1}$ i $t_i = 0,1 \text{ h}$ (rys. 12).

Maksymalne wydajności i racjonalne ilości obrabiarek odpowiednio wyniosły:

- w pierwszym przypadku: $Q_{max} = 27,10 \text{ szt/h}$, $n_{racj} = 10 \text{ szt}$,
- w drugim przypadku: $Q_{max} = 26,50 \text{ szt/h}$, $n_{racj} = 12 \text{ szt}$,
- w trzecim przypadku: $Q_{max} = 26,10 \text{ szt/h}$, $n_{racj} = 14 \text{ szt}$.



Rys. 12. Wykres zależności wydajności od ilości MT przy wartościach parametrów:

- 1) $\mu_i = 5 \text{ h}^{-1}$, $\lambda_i = 3 \text{ h}^{-1}$, $t_i = 0,1 \text{ h}$, 2) $\mu_i = 4 \text{ h}^{-1}$, $\lambda_i = 3 \text{ h}^{-1}$, $t_i = 0,1 \text{ h}$,
- 3) $\mu_i = 3 \text{ h}^{-1}$, $\lambda_i = 3 \text{ h}^{-1}$, $t_i = 0,1 \text{ h}$

Analiza wyników potwierdziła, że wszystkie wykresy przebiegu funkcji mają jedno ekstremum. We wszystkich przypadkach przyrost wydajności najpierw gwałtownie rośnie wraz ze wzrostem ilości obrabiarek w linii produkcyjnej, osiąga wartość maksymalną, a następnie ulega obniżeniu.

7. Podsumowanie

Przedstawiono metodologię modelowania obrabiarek CNC oraz SELP. Opracowano model matematyczny obrabiarki oraz SELP, jako struktury elementarnych komórek technologicznych oraz algorytm obliczania parametrów funkcjonowania SELP. Uzyskane wyniki odnoszą się do obróbki w systemach elastycznych, spełniających wymagania procesów całkowicie Markowskich. Wszystkie obliczenia wykonano w przypadku uniwersalnego centrum obróbkowego CNC KORRADI VH 1000, wchodzącego w skład linii produkcyjnej do obróbki korpusów silników. Symulację przeprowadzono w przypadku SELP, w skład której wchodzi pionowe centrum obróbkowe CINCINNATI SABRE 1000 oraz pionowe centrum obróbkowe CINCINNATI ARROW 1000.

W wyniku symulacji uzyskano:

- maksymalny przyrost wydajności $\Delta Q_{max} = 27,90 \text{ szt./h}$ oraz optymalną ilość obrabiarek $n_{opt} = 9 \text{ szt.}$, przy wielkości intensywności strumienia uszkodzeń każdej obrabiarki $\lambda_i = 0,25 \dots 0,35 \text{ h}^{-1}$ i stałych $\mu_i = 3 \text{ h}^{-1}$ i $t_i = 0,05 \text{ h}$.
- maksymalny przyrost wydajności: $\Delta Q_{max} = 27,50 \text{ szt./h}$ oraz optymalną ilość obrabiarek $n_{opt} = 10 \text{ szt.}$, przy intensywności strumienia przywracania do pracy każdej obrabiarki $\lambda_i = 3 \dots 5 \text{ h}^{-1}$ przy stałych $\mu_i = 3 \text{ h}^{-1}$ i $t_i = 0,1 \text{ h}$.

Podane wartości intensywności strumieni uszkodzeń każdej obrabiarki λ_i oraz intensywności strumienia przywracania do pracy μ_i i t_i uzyskano w warunkach przemysłowych. Otrzymane wyniki symulacji przyrostu wydajności i optymalne ilości obrabiarek świadczą, że przy pogorszeniu parametrów niezawodności zmniejsza się ilość obrabiarek, jednakże przy określonej ich ilości przyrost wydajności jest wyższy, niż w przypadku linii z analogicznymi parametrami obsługi i lepszymi wskaźnikami niezawodności.

Literatura

1. Bai Y., Jia X., Cheng Z. Group optimization models for multi-component system compound maintenance tasks. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2011; 1(49): 42–47.
2. Burduk A. Próba adaptacji szeregowych struktur niezawodnościowych do analizy i oceny ryzyka systemów produkcyjnych. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2010; 3(47): 85–96.
3. Farooq S, O'Birien C. Risk calculations in the manufacturing technology selection process, *Journal of Manufacturing Technology Management* 2010; vol. 21, 1: 28–49.
4. Filipowicz O, Mazurek L, Taranenko V, Świć A. Model matematyczny funkcjonowania elastycznej linii produkcyjnej. *Pomiary. Automatyka. Robotyka* 2007; 2: 1–11.
5. Halas W, Taranenko V, Swic A, Taranenko G. Investigation of influence of grinding regimes on surface tension state. *Lecture Notes In Artificial Intelligence*, Vol. 5027. Berlin, Heidelberg: Springer – Verlag 2008: 749–756.
6. Mazurek L, Filipowicz O, Taranenko W, Świć A. Model procesu przezbrajania wielozadaniowych obrabiarek NC w elastycznym systemie produkcyjnym. *Przegląd Mechaniczny* 2007; 5/S: 104–106.
7. Mazurek L., Świć A., Filipowicz O., Taranenko W. Zwiększenie efektywności pracy obrabiarek wielozadaniowych w elastycznych systemach produkcyjnych. Lublin: Politechnika Lubelska, 2010.
8. Mazurek L, Swic A, Taranenko V. Holes processing and classification in automated technological process projecting system. *Acta Mechanica Slovaca*, Journal published by Faculty of Mechanical Engineering, the Technical University in Kosice, Kosice 2006; 2-A, 325 – 330.
9. Świć A, Taranenko V. Projektowanie technologicznych systemów produkcyjnych. Lublin: Wydawnictwo Politechniki Lubelskiej, 2003.
10. Taranenko G, Taranenko W, Świć A, Szabelski J. Modelowanie układów dynamicznych obróbki skrawaniem wałów o małej sztywności. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2010; 4 (48), s. 4–15.
11. Wang Z., Kang R., Xie L.: Dynamic reliability modeling of systems with common cause failure under random load. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2009; 3(43): 47–54.