

Prof. dr hab. inż. ZBIGNIEW GRONOSTAJSKI, dr inż. MAREK HAWRYLUK, mgr inż. JAKUB KRAWCZYK, mgr inż. MARCIN MARCINIAK,
Instytut Technologii Maszyn i Automatykacji
ul. Ignacego Łukasiewicza 5, 50-371, Wrocław

Modelowanie numeryczne zmęczenia cieplnego stali WCLV stosowanej na matryce w procesie kucia na gorąco

Słowa kluczowe: *niskocyklowe zmęczenie cieplne, metoda "wirującego krążka", modelowanie numeryczne, trwałość matryc, kucie matrycowe na gorąco*

Streszczenie. W pracy przedstawiono analizę symulacji numerycznej niskocyklowego zmęczenia cieplnego stali WCLV stosowanej podczas kucia na gorąco. W ramach badań doświadczalnych zostało zbudowane specjalne stanowisko bazujące na metodzie "wirującego krążka" [13], przeprowadzone zostały próby, które potwierdziły możliwość stosowania tej metody do odwzorowania warunków zmęczenia cieplnego panujących w przemysłowym procesie kucia. Dla danych warunków eksperymentu określono moment pojawienia się pęknięć zmęczeniowych. Następnie zbudowano model numeryczny, po czym porównano uzyskane wyniki z MES i prób laboratoryjnych w celu określenia amplitudy odkształceń plastycznych, przy których pojawia się pęknięcie. Dalsze prace pozwolą w przyszłości na weryfikację niskocyklowego modelu zmęczenia Coffina-Mansona dla innych warunków oraz pozwolą stworzyć krzywą niskocyklowego zmęczenia stali WCIV.

1. Wstęp

Matryce kuźnicze stosowane w procesach kucia na gorąco ze względu na ekstremalne warunki pracy narażone są na wiele mechanizmów niszczących. Oddziałują na nie wysokie wartości obciążeń mechanicznych oraz cieplnych, powierzchnia jest systematycznie, intensywnie nagrzewana, ścierana oraz utleniana [8, 2, 3, 16]. Zjawiskiem, które istotnie obniża trwałość narzędzi jest zmęczenie cieplne. Zjawisko to wynika z dużego gradientu temperatur spowodowanego zmiennym kontaktem z wstępnie podgrzany materiałem. Ze względu na ograniczoną przewodność cieplną materiału narzędzi występują duże różnice temperatur między rdzeniem a powierzchnią. Prowadzi to do powstawania wysokich wartości naprężeń, w

szczegółności w warstwie wierzchniej matrycy. Cykliczne zmiany temperatury powodują, że materiał jest naprzemiennie rozciągany oraz ściskany. Oprócz obciążeń cieplnych znaczący wpływ mają dynamiczne obciążenia które dodatkowo potęgują zjawisko zmęczenia wprowadzając w materiale dodatkowe naprężenia, które wraz z cieplnymi prowadzą do powstawania pęknięć na powierzchni narzędzi. Wynikiem działania tego mechanizmu jest siatka pęknięć zmęczeniowych powstająca na powierzchni matryc oraz pojawienie się warstwy tlenków. Wraz ze zwiększaniem się ilości odkuwek pojawia się wtórna siatka pęknięć a tlenki odrywają się od powierzchni i przyczyniają się do zwiększenia zużycia ściernego narzędzia działając jak ścierniwo. Siatka wpływa negatywnie na jakość gotowego wyrobu odwzorowując się na jego powierzchni. Pęknięcie zmęczeniowe może również być ogniskiem kruchego pęknięcia prowadzącego do całkowitego zniszczenia narzędzia [5, 6, 1, 17]. Żywotność matryc jest istotnym czynnikiem z punktu widzenia kosztów procesu kucia. Szacuje się, że 10% ceny odkuwki to koszty związane z wydatkami na narzędzia, dlatego celowe jest prowadzenie badań mających na celu wydłużenie czasu pracy narzędzi kuźniczych oraz skuteczne prognozowanie i optymalizację trwałości narzędzi [14]. W ostatnich latach coraz częściej stosuje się nie tylko zwykłe azotowanie narzędzi, które podnosi odporność narzędzi na ścieranie, ale również warstwy hybrydowe zwiększające odporność na zmęczenie cieplne [12, 10, 19, 7, 9]. Duża ilość i różnorodność czynników wpływających na trwałość narzędzi w procesach kucia powoduje, że zagadnienie to jest bardzo trudne do analizy. Z tego też powodu do projektowania, analizy i optymalizacji danego procesu kucia wykorzystuje się coraz częściej szereg narzędzi CAD/CAM/CAE opartych o MES [21, 15]. Informacje uzyskiwane z modelowania MES są bardzo przydatne do budowy modeli zmęczenia, które mogą być potem wykorzystywane do prognozowaniu trwałości narzędzi w procesach rzeczywistych. Zbudowanie takiego poprawnego modelu wymaga więc nie tylko odpowiedniego eksperymentu ale również poprawnego jego zamodelowania. W dostępnej literaturze zostało opisanych bardzo dużo metod badania procesu zmęczenia cieplnego, przedstawiono bardzo specjalistyczne stanowiska, gdzie stosowano cienkościenne rurki, dyski, bądź pełne próbki cylindryczne, których nagrzewanie odbywa się różnymi sposobami - indukcyjnie, strumieniem powietrza lub rzadziej płomieniem [11, 13, 14, 19, 20]. Autorzy w pozycji [4] przeanalizowali najpowszechniej stosowane metody badawcze oraz stanowiska laboratoryjne do badania zmęczenia cieplnego pod kątem wykorzystania ich do analizy zmęczenia cieplnego matryc w procesach kucia.

Procesy zmęczenia cieplnego ze względu na szybko zachodzące zmiany temperatury są bardzo trudne do modelowania MES, dlatego w literaturze jest braku takich opracowań. Natomiast modelowanie matematyczne tych procesów pozwala uzyskać informacje niezbędnych do budowy modeli zmęczenia określających wyznaczenia granicznej liczby cykli do momentu pojawienia się pęknięcia w materiale.

2. Cel i zakres pracy

Celem pracy jest budowa poprawnego modelu numerycznego metody "wirującego krążka" pozwalającej na wyznaczenie amplitudy odkształcenia plastycznego w wyniku działania gradientu temperatury. W dalszej części badań wyznaczone średnie wartości amplitudy odkształcenia oraz moment pojawiania się pęknięć po określonej liczbie cykli posłużą do wyznaczenie krzywej niskocyklowego zmęczenia stali WCLV w oparciu o model niskocyklowego zmęczenia Coffina-Mansona.

W pracy przyjęto, że otrzymany model zmęczenia wyznaczony dla obciążeń cieplnych powinien być poprawny również dla obciążeń mechanicznych, ponieważ istnieje podobieństwo zjawisk występujących w niskocyklowym zmęczeniu cieplnym i w niskocyklowym zmęczeniu mechanicznym, gdyż oba rodzaje obciążenia wywołują cykliczne odkształcenia, które prowadzą do zniszczenia materiału. Materiał narzędzi podczas procesu kucia na gorąco poddany jest bardzo złożonym obciążeniom, których odwzorowania w badaniach laboratoryjnych jest niemożliwe.

3. Opis przemysłowego procesu kucia koła czołowego



Rys. 1. Wkładki matrycowe- przemysłowy proces kucia na gorąco.

Fig.1. Dies- Industrial hot-forging process.

Analizowany przemysłowy proces wytwarzania koła czołowego w Kuźni Jawor S.A. złożony jest z trzech operacji wykonywanych na prasie korbowej o nacisku 25MN (rys.1). Pierwsza operacja kucia polega na spęczaniu walcowego wstępniaka. Drugą operacją jest wstępne kucie matrycowe; w tej operacji występują największe naciski i odkształcenia materiału. W trzeciej operacji – kucia matrycowego wykańczającego

odkuvka uzyskuje kształt zbliżony do gotowego wyrobu. Po szczegółowej analizie procesu dokonanej przez autorów okazało się, że dominującymi zjawiskami niszczenia matryc są: zużycie

ścierne oraz zmęczenie cieplne i cieplno-mechaniczne. Na rys. 2 przedstawiono zdjęcia wkładek matrycowych po różnej ilości odkuciek, na których można zaobserwować takie zjawiska.

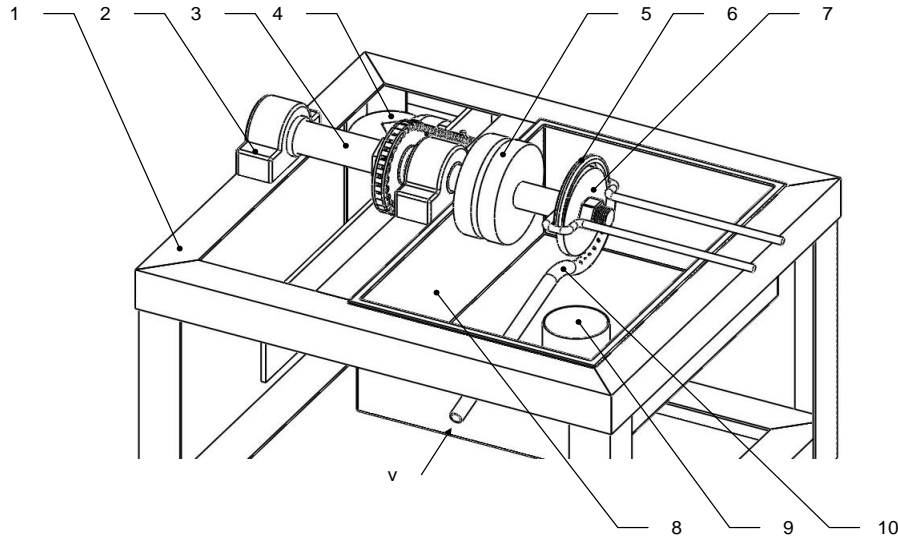


Rys. 2. Widok zużycia wkładek matrycowych po odkuciu: a) 550, b) 1900, c) 4300 odkuciek.

Fig. 2. View of dies wear after forging: a) 550, b) 1900, c) 4300 pieces.

4. Badania zmęczenia cieplnego – metoda wirującego krążka

Badanie odporności na zmęczenie cieplne materiału w rzeczywistych warunkach często jest niemożliwe do zrealizowania, a jeśli możliwe to długotrwałe i kosztowne. Pozostają jeszcze symulacyjne badania numeryczne, które nie zawsze pozwalają na dokładne odwzorowanie warunków pracy elementów oraz zachowania materiału. Odpowiednim narzędziem do modelowania fizycznego tego zjawiska jest zaprojektowane i wykonane specjalne stanowisko badawcze. Na podstawie przeglądu i analizy literatury [5, 11, 13, 20] dotyczącej badań odporności na działanie wysokich gradientów temperatur, a także specyfiki analizowanego procesu kucia koła czołowego autorzy zbudowali stanowisko badawcze bazujące na „metodzie wirującego krążka [18], po czym zaproponowali metodykę badawczą i przeprowadzili testy. Uzasadnieniem wyboru tej metody jest wykonywanie testów zmęczenia cieplnego na próbkach o prostej geometrii, przeprowadzanych w łatwych do kontrolowania warunkach oraz możliwość zbudowania modelu numerycznego odwzorowującego próbę eksperymentalną. Koncepcja badań opiera się na połączeniu modelowania fizycznego oraz matematycznego zjawiska zmęczenia cieplnego. Podczas testów materiał jest nagrzewany w warstwie przypowierzchniowej podobnie jak w procesie kucia na gorąco. Próbka w kształcie krążka z otworem wykonana została z materiału narzędziowego WCLV (materiał matryc). Poddana została obróbce cieplnej takiej samej jak narzędzia kuźnicze - Hartowanie oraz podwójne odpuszczanie w temperaturze 540 °C. Widok stanowiska przedstawiono na rysunku 3. Zanurzony w przepływającej przez wannę (8) wodzie o temperaturze 25°C krążek (7) porusza się ze stałą prędkością obrotową i jest nagrzewany powierzchniowo (głębokość ok. 1-2mm) poprzez wzbudnik elektryczny (6) wysokiej częstotliwości, z możliwością płynnej regulacji temperatury w zakresie 100-900°C.

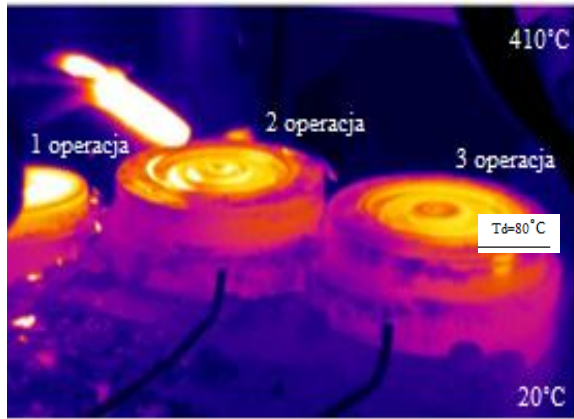


Rys. 3. Schemat stanowiska do badań zmęczenia cieplnego: 1 – rama stalowa, 2 – podpora wraz z łożyskiem ślizgowym, 3 - wałek, 4 – silnik prądu stałego, 5 – krążki chłodzące, 6 -wzbudnik, 7 - próbka, 8 – wanna z wodą o ciągłym przepływie, 9 – odpływ wody z regulacją lustra wody, 10 – regulowany dopływ wody.

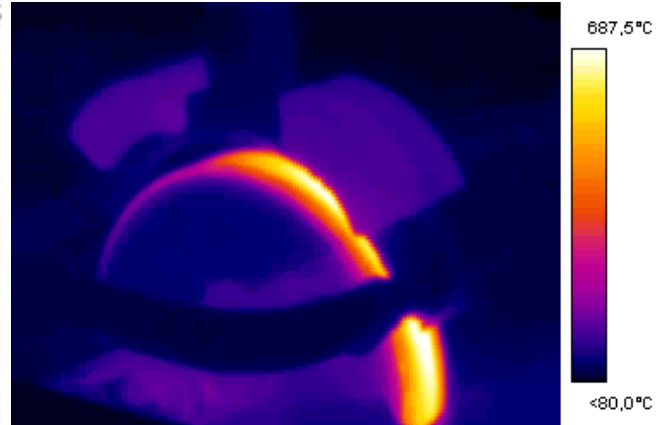
Fig. 3. Scheme of thermal fatigue station; 1- steel frame, 2- support with plain bearing, 3- shaft drive, 4- DC engine 5- cooling rings, 6- inductor, 7- the test sample, 8- water tank, 9- water outflow, 10- adjustable water supply.

W trakcie nagrzewania występuje bardzo szybkie lokalne rozszerzenie strefy przypowierzchniowej, która podczas raptownego chłodzenia podlega gwałtownemu ściskaniu.

Na rys. 4 przedstawiono zdjęcie z kamery termowizyjnej z przemysłowego procesu kucia wraz z rozkładami temperatur na poszczególnych matrycach. Pozwoliło to na dobór odpowiednich parametrów termicznych (górną temperaturą cyklu – $T_g = 650 \div 800^\circ\text{C}$), które odpowiadały procesowi rzeczywistemu. Na rys. 5 przedstawiono termogram, z rozkładami temperatur na badanej próbce podczas realizacji testów, który posłużył do budowy modelu numerycznego. W badaniach zastosowano dwie długości pojedynczego cyklu: 15 s – cykl rzeczywisty i 4 s – skrócony. W celu pełniejszej analizy przyjęto następujące kryteria służące do oceny odporności materiału na zmęczenie: średnią, maksymalną głębokość pęknięć oraz ich gęstość. Pomiaru temperatury dokonywano za pomocą kamery termowizyjnej oraz pirometru. Długość cyklu zmęczeniowego wynikała z prędkości obrotowej silnika, która mogła być zmieniona przez zmianę natężenia oraz napięcia prądu.

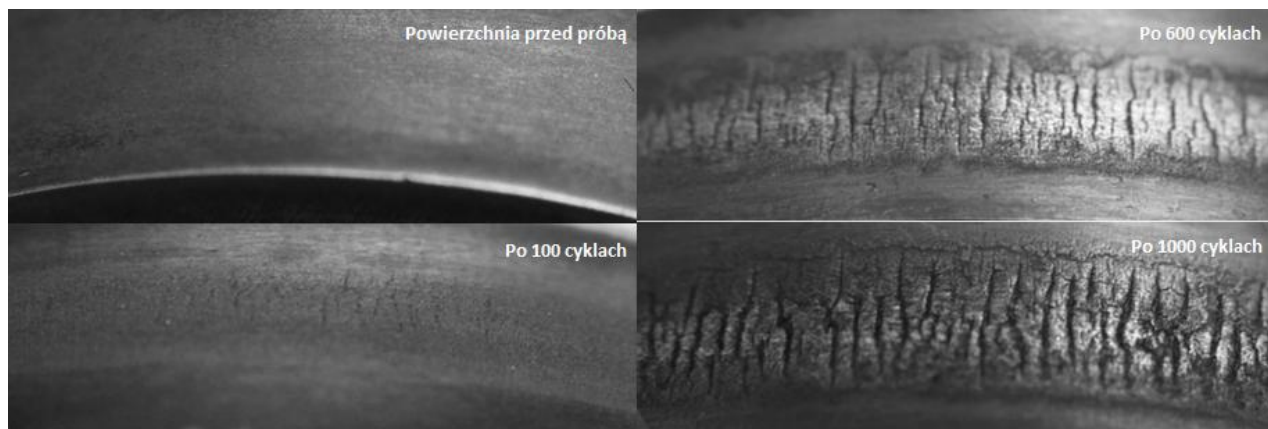


Rys. 4. Termogram powierzchni wkładek matrycowych.
Fig. 4. Thermogram of dies surfaces.



Rys. 5. Termogram powierzchni próbki.
Fig. 5. Thermogram of specimen surface.

Zdecydowano się na przeprowadzenie kilku prób dla różnych długości czasu pojedynczego cyklu oraz wartości górnej temperatury cyklu. W trakcie przeprowadzania próby stan powierzchni był dokumentowany za pomocą aparatu fotograficznego. Kluczowe było określenie momentu powstawania pierwszych pęknięć na powierzchni próbki (obserwacja po mikroskopem optycznym). Na rys. 6 przedstawiono przykładowy rozwój siatki pęknięć na powierzchni próbki dla temperatur $T_g=700^{\circ}\text{C}$, dla której już po 50 cyklach zmęzeniowych pojawiły się drobne pęknięcia. Kierunek pęknięć był zgodny z kierunkiem osi próbki od środka grzanego toru w kierunku krawędzi. Siatka miała charakter otwarty. Wraz ze wzrostem liczby cykli następował jej rozwój.

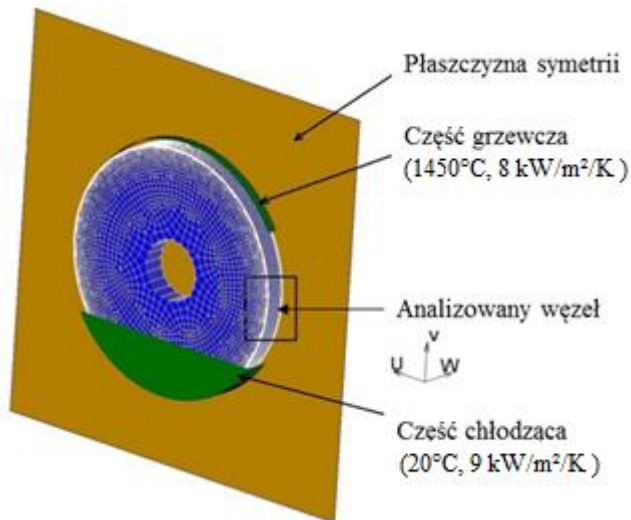


Rys. 6. Widok siatki pęknięć powstałej po kolejnych cyklach zmęczenia cieplnego. Dla warunków próby: długości cyklu 5 s i górna temperatura cyklu 700°C .

Fig. 6. View of crack pattern after further cycles of thermal fatigue. Test conditions: cycle length- 5 s, upper cycle temperature 700°C .

5. Modelowanie numeryczne

Zbudowano model numeryczny dla przeprowadzonej próby przy $T_g=700^{\circ}\text{C}$ i czasie cyklu 5s, „zasymulowano” 50 cykli ze względu na to, że po tej liczbie powstały pęknięcia w rzeczywistej próbce. Symulacje „metody wirującego krążka” przeprowadzono przy użyciu



Rys. 7. Ogólny widok modelu.

Fig. 7. General view of the model.

pakietu obliczeniowego MARC.

Zbudowano pełny model procesu (3D), w

celu skrócenia czasu obliczeń wykorzystano

płaszczyznę symetrii (rys.7.). Model składa

się z 28590 elementów typu hexa. Na

powierzchni czołowej krążka zastosowano

zmniejszoną grubość elementów oraz

zagęszczono siatkę ze względu na

dokładniejsze odwzorowanie odkształceń

plastycznych. Działanie modelu polega na

tym, że część grzewcza (symulująca grzanie

indukcyjne) oraz część chłodząca

(symulująca chłodzenie w wodzie) obracają się wokół nieruchomego krążka. Część grzewcza

dostarcza energię cieplną do krążka, a część chłodząca odbiera tę energię za pomocą funkcji

„NEAR CONTACT”. Pełen obrót trwa 5 sek. (200 kroków w symulacji). Dane materiałowe

przyjęte zostały z bazy materiałowej „MATYLDA” oraz badań dylatometrycznych. Temperaturę

otoczenia oraz początkową krążka przyjęto odpowiednio równą 20°C oraz 50°C . Temperatura

części grzewczej, to 1450°C , a części chłodzącej 20°C . Współczynniki przewodzenia ciepła w

kontakcie pomiędzy częścią grzewczą i chłodzącą, a krążkiem przyjęto odpowiednio $8\text{ kW/m}^2/\text{K}$

i $9\text{ kW/m}^2/\text{K}$. Współczynnik przewodzenia ciepła pomiędzy krążkiem, a otoczeniem wynosił $0,35$

$\text{kW/m}^2/\text{K}$ dobrany został z baz materiałowych.

6. Wyniki symulacji

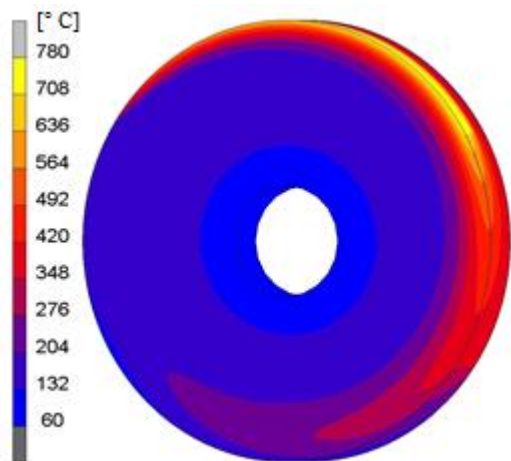
Na rys. 8 przedstawiono rozkłady temperatur po 50 cyklach zmęczeniowych (1 cykl=5 s) w

płaszczyźnie symetrii gdzie występowały największe zmiany temperatury, z kolei na rys. 9

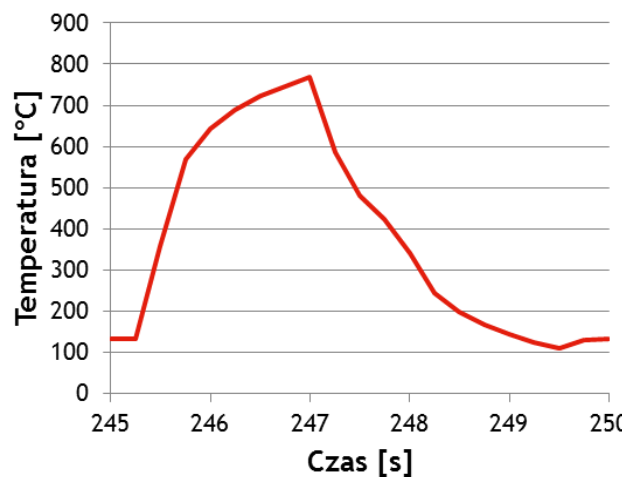
przedstawiono wykres zmiany temperatury w czasie 50 cyklu dla wybranego węzła. Wyniki te

wykazują zbieżność z próbą laboratoryjną zarówno dla zakładanego przebiegu temperatury jak i

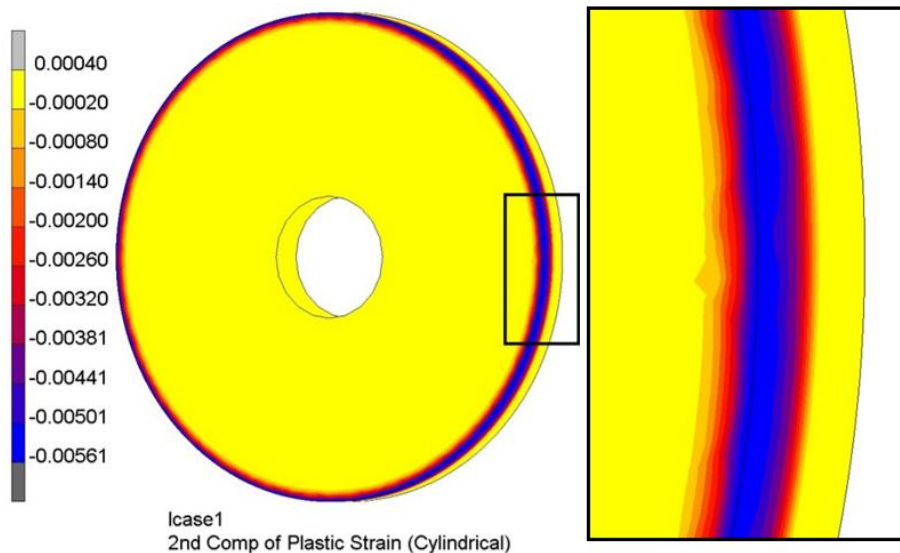
jej rozkładu na powierzchni próbki uzyskanego z termogramu.



Rys. 8. Rozkład temperatur po 50 cyklach.
 Fig. 8. Temperature distribution after 50 cycles.



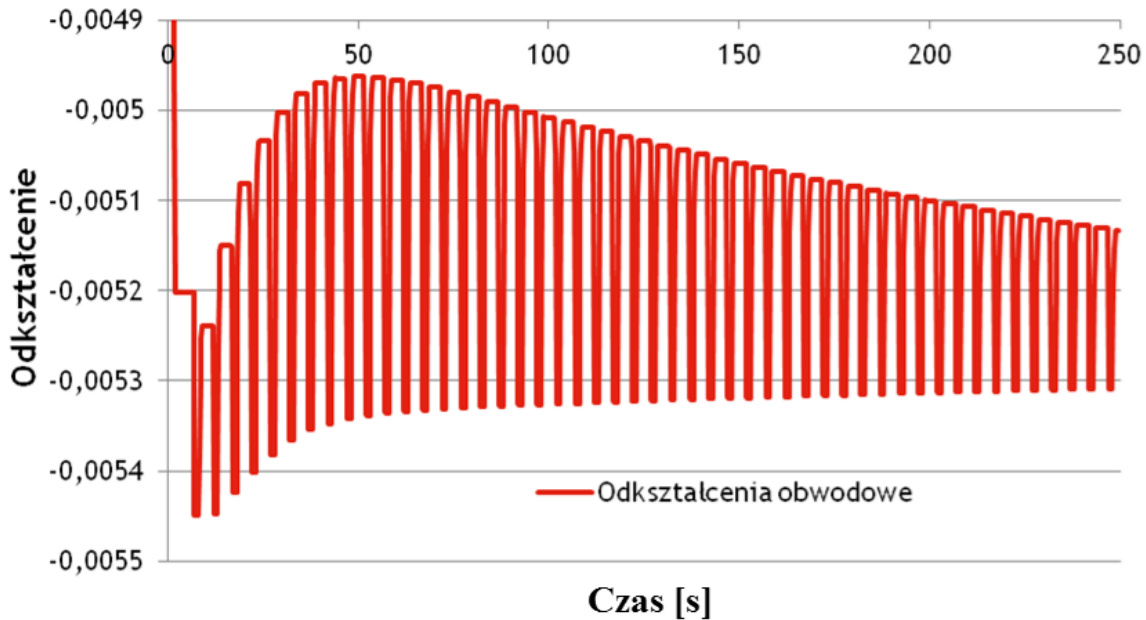
Rys. 9. Rozkład temperatury w czasie (50 cykl)
 Fig. 9. Distribution of temperature over time (50'th cycle).



Rys. 10. Rozkład odkształceń obwodowych po 50 cyklach.
 Fig. 10. Distribution of circumferential E2 strain after 50 cycles.

Na rys. 10 przedstawiono rozkłady odkształceń obwodowych po wykonaniu 50 cykli, gdyż te składowe odkształcenia dla tej metody są głównie odpowiedzialne za pojawianie się pęknięć na poboczniczy badanej próbki. W powiększonym polu widoczny jest rozkład w płaszczyźnie symetrii, w miejscu największych odkształceń. Podczas eksperymentów w płaszczyźnie symetrii obserwowano inicjację, a następnie propagację pęknięć w kierunkach powierzchni próbki. Na rys. 11 przedstawiono wykres odkształceń obwodowych podczas 50 cykli zmęczeniowych dla wybranego węzła. Widoczne są dodatnie i ujemne zmiany odkształceń

w czasie całego procesu. Zmniejszanie się amplitudy plastycznych odkształceń obwodowych związane jest z umacnianiem się materiału w kolejnych cyklach.



Rys. 11. Wykres zależności odkształceń obwodowych od czasu dla wybranego węzła.
 Fig. 11. Circumferential strain-time diagram for selected node. (Strain)

W dalszej części badań wyznaczone średnie wartości amplitudy odkształcenia oraz moment pojawiania się pęknięć po określonej liczbie cykli posłużą do weryfikacji modelu niskocyklowego zmęczenia Coffina-Mansona (1).

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon_f' (2N)^c \quad (1)$$

Gdzie:

$\Delta \varepsilon_p / 2$ jest amplitudą odkształcenia plastycznego,
 ε_f' - jest współczynnikiem ciągliwości zmęczeniowej,

N - jest liczbą cykli do zmęczenia,
 c - jest wykładnikiem ciągliwości zmęczeniowej.

Zwykle ε_f' jest w przybliżeniu równe wydłużeniu rzeczywistemu podczas monotonicznego rozciągania c dla większości metali zmienia się w zakresie od -0,7 do -0,5.

Następnie zmieniając warunki realizacji próby (Tg lub długość cyklu) i określając moment pojawiania się pęknięcia podczas próby zmęczeniowej „wirującego krążka” można uzyskać inną amplitudę plastycznego odkształcenia obwodowego i tym samym wyznaczyć kolejne punkty na charakterystyce niskocyklowego zmęczenia cieplnego. Następnie dla tak zbudowanego wykresu możliwe jest określenie granicznej liczby cykli dla danego materiału narzędziowego w przemysłowym procesie kucia, po której należy spodziewać się pęknięć zmęczeniowych na

powierzchni matryc. Przy czym w procesach kucia należy także wziąć pod uwagę pojawianie się pęknięć wskutek działania odkształceń mechanicznych.

7. Podsumowanie

W pracy autorzy wykorzystując zbudowane stanowisko badawcze bazujące na metodzie „wirującego krążka” opracowali numeryczny model tej metody. Przeprowadzone testy pozwoliły określić moment pojawiania się pęknięcia na poboczniczy próbki dla określonych warunków realizacji próby. Przeprowadzone modelowanie numeryczne z dużą dokładnością odwzorowało metodę wirującego krążka, a tym samym przebieg procesu rzeczywistego, (uwzględniając jedynie obciążenia cieplne). W celu ujawnienia bardzo małych odkształceń plastycznych w modelu numerycznym zastosowano zagęszczenie siatki na powierzchni czołowej krążka (grubość elementu zmniejszono do ok. 0,1mm). Przyjęte warunki brzegowe pozwoliły określić wartości naprężeń oraz odkształceń występujących w krążku podczas procesu, których nie dałoby się zmierzyć w rzeczywistości. Modelowanie numeryczne umożliwiło wyznaczenie amplitudy odkształceń plastycznych niezbędnych do wyznaczenia granicznej liczby cykli do momentu pojawienia się pęknięcia dla narzędzi kuźniczych bazując na równaniu Coffina-Mansona.

Badania zostały sfinansowane z projektu własnego nr N508 476038

Literatura

1. Ebara R. fatigue crack initiation and propagation behavior of forging die steels. *International Journal of Fatigue* 2010; 32: 830–840
2. Gronostajski Z, Hawryluk M, Kaszuba M, Sadowski, Walczak S, Jabłoński D. Measuring & control system in industrial die forming processes. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2011; 3: 62-69.
3. Gronostajski Z, Hawryluk M, Kaszuba M, Polak S, Niechajowicz A, Walczak S, Jabłoński D. Die Profile Optimization for forging constant velocity joint casings. *Archives of Metallurgy and Materials* 2011; 56(2): 551-558.
4. Gronostajski Z, Hawryluk M, Zwierzchowski M, Kaszuba M, Marciniak M. Analiza zmęczenia cieplnego stali wclv stosowanej na matryce do kucia na gorąco. *Rudy i metale nieżelazne* 2011; 56(11):654-660.
5. Grüning A, Lebsanft M, Scholtes B. Cyclic stress–strain behavior and damage of tool steel AISI H11 under isothermal and thermal fatigue conditions. *Materials Science & Engineering* 2010; 527(7-8): 1979-1985.
6. Katunin A. The conception of the fatigue model for layered composites considering thermal effects. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2011; 99(2): 333-342.
7. Kot M. Contact mechanics of coating-substrate systems: Monolayer and multilayer coatings. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2012; 12(4): 464-470.

8. Lavtar L, Muhic T, Kugler G, Tercej M. Analysis of the main types of damage on a pair of industrial dies for hot forging car steering mechanisms. Review article. *Engineering Failure Analysis* 2012; 18(4): 1143-1152
9. Mrva P, Kottfer D, Kaczmarek Ł. Effect of shot peening and NiAl coating on fatigue limit of Mg-Al-Zn-Mn Alloy. *Archives of Metallurgy and Materials* 2011; 56(3): 743-748.
10. Paschke H, Weber M, Yilkiran T. Optimized Plasma Nitriding Processes for Efficient Wear Reduction of Forging Dies. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2012; 12(4): 407-412.
11. Sjöström J, Bergström J. Thermal fatigue testing of chromium martensitic hot-work tool steel after different austenitizing treatments. *Journal of Materials Processing* 2004; 153-154: 1089-1096.
12. Smolik J.A. Hybrid Surface Treatment Technology for Increase of Hot Forging Dies. *Archives of Metallurgy and Materials* 2012; 57(3): 657-664.
13. Starling C, Branco J. Thermal fatigue of hot work tool steel with hard coatings. *Thin Solid Films* 1997; 308-309: 436-442.
14. Summerville E, Venkatesan, K, Subramanian C. Wear processes in hot forging press tools. *Materials and Design* 1995; 16(5): 289-294.
15. Szeliga D, Kuziak R, Pidvysotsky V, Pietrzyk M. Rheological model of Cu based alloys accounting for the preheating prior to deformation. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2011; 11(2): 451-467.
16. Świątoniowski A, Sińczak J, Łukaszek - Sołek A, Schmidt J. Analysis of Forging Process of the NiCrN Superalloy for Motor Boat Driving Shaft 2012; 57(3): 719-725.
17. Tomaszek H, Jaształ M, Zieja M. A simplified method to assess fatigue life of selected structural components of an aircraft for a variable load spectrum. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2011; 4: 29-34.
18. Weroński A. Zmęczenie cieplne metali. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1983.
19. Yilkiran T, Behrens B.-A, Paschke H, Weber M, Brand H. The potential of plasma deposition techniques in the application field of forging processes. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2012; 12(3): 284-291.
20. Yong-an M, Xiao-chun W, Luo-ping X, Wen-jun T, et. al. Influence of different surface treatments of H13 hot work die steel on its thermal fatigue behaviors. *Journal of Shanghai University* 2001; 5(4): 326 – 330.
21. Yu T.T, Liu P. Improved implementation of the extended finite element method for stress analysis around cracks. *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 2011; 11(3): 787-805.